

ESTUDO E SIMULAÇÃO DE DECAIMENTOS RESSONANTES DO MÉSON D NO EXPERIMENTO LHCb

STUDY AND SIMULATION OF RESONANT DECAYS OF THE D MESON IN THE LHCb EXPERIMENT

Fernanda Gonçalves Abrantes, abrantesfg@gmail.com

Carla Göbel Burlamaqui de Mello

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ

Submetido em 30/07/2017

Revisado em 02/08/2017

Aprovado em 10/11/2017

Resumo: Em muitos decaimentos é observada a formação de uma estrutura intermediária antes do estado final. A análise do Dalitz Plot oferece uma possibilidade de estudar decaimentos ressonantes observando seu espaço de fase. Nele é possível verificar a presença de ressonâncias com massa, largura e spin bem determinados. Partindo do decaimento de três corpos, $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$, foi simulado um Dalitz Plot com as ressonâncias K^* e ϕ comparando com este mesmo gráfico utilizando dados reais do LHCb.

Palavras chave: Decaimentos ressonantes. Méson D. Dalitz Plot.

Abstract: In many decays it is possible to observe the formation of an intermediate structure before the final state. The analysis of the Dalitz Plot offers a possibility to study resonant decays looking at the phase space. It's possible to verify the presence of resonances with mass, width and spin well defined. Starting with a three body decay, $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$, it was performed a simulation of a Dalitz Plot with the resonances K^* and ϕ comparing with a the same plot using real data from the LHCb.

Keywords: Resonant decays, D Meson, Dalitz Plot.

1. Introdução

“Do que a matéria é feita?” De forma complexa e ambiciosa, esta pergunta vem sendo respondida pela ciência durante anos e sua resposta muda drasticamente conforme os avanços da física. Como primeira hipótese temos a proposição de que toda a matéria é constituída de pequenas quantidades indivisíveis chamadas de átomos. Entretanto esta ideia logo se mostrou falha devido a diversos experimentos onde foi claramente demonstrado que, embora podemos sim dizer que a matéria é constituída de átomos, estas partículas não são indivisíveis, muito pelo contrário, o átomo apresenta uma estrutura interna bastante relevante e, portanto, não é a unidade mais elementar da matéria.

Com esta afirmação, damos início a um longo período onde diversos modelos atômicos foram propostos. A compreensão da estrutura atômica se tornou uma prioridade no âmbito da física e Thomson em 1897 [1], com a descoberta do elétron, e o espalhamento de Rutherford em 1909 estabeleceram uma ideia de como seria esta estrutura interna do átomo descrevendo-o como uma quantidade massiva pontual de carga positiva, chamada de núcleo, envolta por uma nuvem eletrônica de carga negativa. O núcleo por sua vez também tem uma estrutura interna sendo feito de prótons e nêutrons, mas o elétron não é feito de mais nada, é uma partícula elementar.

Podemos considerar este evento como um marco inicial para uma nova área da física, que compreende no entendimento da matéria em seu nível mais fundamental, ao qual chamamos de *Física de Partículas*. Perguntas como "Quais são as partículas elementares existentes?", "Como elas interagem?" e "Como podemos observá-las?" se tornam mais presentes neste novo cenário e a busca por teorias e modelos são essenciais para qualquer avanço nesta área.

Tendo um objeto macroscópico, podemos, sem problema algum, medir interações medindo a força para distâncias diferentes entre os objetos, mas para partículas elementares isto já não é mais possível. Por serem extremamente pequenas, não é tão trivial medir tais forças como antes e são necessárias novas "fontes" de informação a respeito destes sistemas sendo estas: eventos de espalhamento, através da observação de ângulos de deflexão conforme já visto por Rutherford, decaimentos onde uma partícula pode eventualmente se desintegrar em outras partículas e estados ligados. Uma outra observação a respeito de seus

tamanhos irrisórios consiste na percepção de que a Mecânica Clássica não é mais satisfatória para explicar seu comportamento e interações e, portanto, a consideração da Mecânica Quântica é trivial para encontrar um conjunto de leis que descrevem tais partículas. Como estas partículas viajam com velocidades incrivelmente altas, a Relatividade também deve ser considerada. A esta "junção" de conceitos envolvendo relatividade e mecânica quântica para a prescrição de novas teorias chamamos de *Teoria Quântica de Campos*. Sendo assim, para descrever todas as interações entre partículas elementares, com exceção da gravidade, surgiu entre 1960 e 1970 uma teoria, baseada na invariância local de gauge, o *Modelo Padrão*.



Figura1. Áreas da física em seus regimes.

Para testar os modelos propostos, grandes aceleradores de partículas são necessários e dentre eles se encontra o LHC (Large Hadron Collider), localizado no CERN, que consiste em um colisor de prótons de altíssimas energias cujos principais objetivos são o estudo das partículas elementares e suas interações verificando - ou não - a validade de modelos teóricos como o Modelo Padrão. Os feixes de próton são acelerados em um anel subterrâneo e as colisões ocorrem em quatro pontos distintos dando origem aos experimentos: ATLAS, CMS, ALICE e LHCb. O LHCb (LHC beauty experiment) tem por intuito o estudo de decaimentos que envolvem hádrons de sabores pesados, que contém o quark *charm* ou *beauty* com o objetivo de estudar o fenômeno de violação da simetria de Carga-Paridade (CP) - relacionada à assimetria entre matéria e anti-matéria no universo - e decaimentos raros, onde processos de nova Física poderiam aparecer.

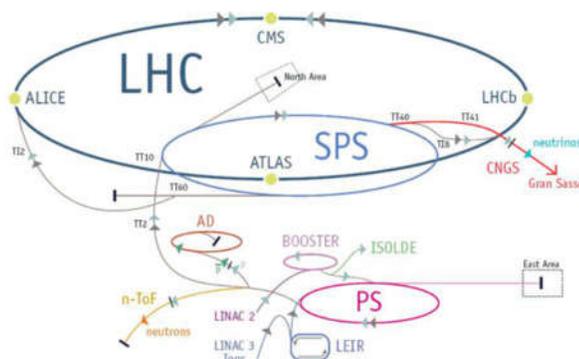


Figura 2. A estrutura do LHC, CERN.

1.1 O Modelo Padrão

O Modelo Padrão é uma teoria quântica de campos que tem por objetivo explicar as interações fundamentais entre as partículas elementares sendo elas as interações fortes, fracas e eletromagnéticas. É uma teoria de gauge no sentido que queremos escrevê-la para que seja invariante sob a transformação [2]:

$$\phi(x) \rightarrow U(x)\phi(x)$$

Onde $\phi(x)$ equivale a um campo de matéria e $U(x) \in G$, um grupo de Lie (compacto) não abeliano. Por definição temos que um grupo de Lie consiste em um grupo descrito por um conjunto de parâmetros (α^A) onde cada elemento é conectado à identidade por um caminho dentro do grupo.

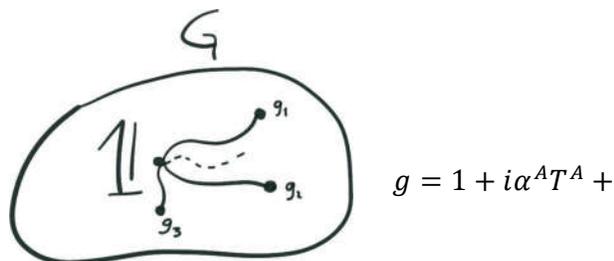


Figura 3. Representação do Grupo de Lie.

sendo T^A os geradores da álgebra de Lie que devem satisfazer a relação:

$$[T^A, T^B] = if^{ABC}T^C$$

Sendo assim, buscamos escrever uma lagrangiana que seja invariante sob este tipo de transformação, que envolve o campo de matéria e suas derivadas covariantes, tendo como forma:

$$(\phi(x), D_\mu \phi(x))$$

Para explicar tais interações, este modelo está baseado em teorias de gauge do tipo:

$$SU(3)_C \quad SU(2)_L \quad U(1)_Y$$

tal que $SU(N)$ são grupos unitários de Lie representados por matrizes complexas de determinante igual a 1. As interações entre partículas elementares são mediadas por bósons de gauge que são representados pelos grupos descritos acima e a intensidade de cada interação é dada pelo seu acoplamento. O primeiro grupo, $SU(3)$, se refere às interações fortes onde a teoria de gauge mais aceita para sua descrição é a Cromodinâmica Quântica (QCD) fundamentada na simetria de cor. Para explicar esta interação, existem 8 geradores deste grupo que agem como mediadores, os glúons. Estes mediadores possuem carga, possibilitando a auto-interação e possuem duas cores tal que em toda interação forte temos a troca de cor das partículas presentes.

Para o segundo grupo $SU(2)$, temos a representação das interações fracas mediadas pelos bósons massivos e carregados no caso de W^\pm , que são obtidos com a quebra espontânea de simetria pela combinação dos bósons W_μ^1 e W_μ^2 , e somente massivos para Z^0 proveniente da combinação de W_μ^3 e B_μ . Para $U(1)$, as interações eletromagnéticas de longo alcance mediadas pelos fótons γ que por sua vez não possuem carga nem massa. A teoria de gauge para esta interação é a *Eletrodinâmica Quântica (QED)*. Juntos, $SU(2)$ e $U(1)$ podem ser unificados nas interações *Eletrofracas*. Sendo assim todas as interações são descritas pelo Modelo Padrão, com exceção da gravidade que macroscopicamente é bem compreendida mas em escala subatômica não possui nenhuma prescrição teórica.

Força	Forte	Fraca	Eletromagnética	Gravidade
Bóson de Gauge	glúons	fóton	W^\pm, Z^0	graviton
Carga	cor	elétrica	isospin fraco	massa
Intensidade	10	10^{-2}	10^{-13}	10^{-41}
Massa (GeV)	0	0	80.42, 91.19	0
Spin	1	1	1	2
Alcance (m)	$< 10^{-15}$	∞	$10^{-18} \sim \frac{\hbar}{M_W c}$	∞

Figura 4. Interações fundamentais.

Podemos dividir as partículas elementares em duas classes:

- **Bósons:** Partículas de spin inteiro ($J = \frac{n}{2}$ para n par). Como exemplo temos as partículas mediadoras das interações fundamentais que possuem spin igual a 1.

- **Férmions:** Partículas de spin semi-inteiro ($J = \frac{n}{2}$ para n ímpar) que obedecem o Princípio de Exclusão de Pauli.

Os férmions fundamentais do Modelo Padrão, que tem spin $1/2$, são classificados como quarks ou léptons. Os quarks possuem carga fracionária e não são encontrados individualmente, somente como estados ligados de dois quarks, sendo necessariamente um deles uma anti-partícula (anti-quark) formando um *Méson* ($q\bar{q}$), podem também formar estados ligados de três quarks chamados de *Bárions*, e ainda estados excitados de tetraquarks ($q\bar{q}q\bar{q}$) e pentaquarks ($qqq\bar{q}\bar{q}$). São chamados de *Hádrons* por participarem de interações fortes mas também interagem via interações fracas e eletromagnéticas. Uma interessante característica dos quarks é o fato de que eles possuem *cor* podendo ser "vermelho", "azul" ou "verde" (e suas respectivas anti-cores para anti-quarks) entretanto seus estados ligados são sempre neutros logo a configuração de cores para bárions e mésons deve ser tal que a sua combinação resulte em uma partícula "sem cor". Existem seis sabores de quarks classificados em três famílias sendo elas: *up* (u) e *down* (d), *charm* (c) e *strange* (s), *top* (t) e *bottom* (b). A carga elétrica de u , c e t é igual a $2/3$ e igual a $-1/3$ para d , s e b .

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

Figura 5. Quarks em seus dubletos.

Toda a matéria é constituída de elétrons, prótons e nêutrons. O elétron é uma partícula elementar como será logo visto mas o próton e neutron são constituídos de quarks mantidos juntos devido à interação forte.

Já para os léptons, que não participam de interações fortes pois não possuem cor, é possível encontrá-los em estados livres e podemos dividí-los em dois grupos: os carregados, que podem interagir através de força fraca e eletromagnéticas e os neutros que interagem somente via interação fraca. Também podemos classificá-los por famílias: elétron (e) e neutrino de elétron (ν_e), múon (μ) e neutrino de múon (ν_μ), tau (τ) e neutrino de tau (ν_τ). e , μ e τ possuem carga elétrica igual a -1 e os neutrinos não possuem carga. É importante ressaltar que de acordo com o Modelo Padrão os neutrinos não possuem massa entretanto, devido ao fenômeno de oscilação de neutrinos, já sabemos que eles possuem massas muito pequenas.

Além dos quarks e léptons temos também o Bóson de Higgs que é uma partícula de spin zero. É o único escalar e seu papel principal é quebrar a simetria eletrofraca $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$ fornecendo massa para todas as partículas através da interação das partículas com o bóson de Higgs descrito pelo mecanismo chamado de *Mecanismo de Higgs*. Podemos então resumir as partículas elementares por:

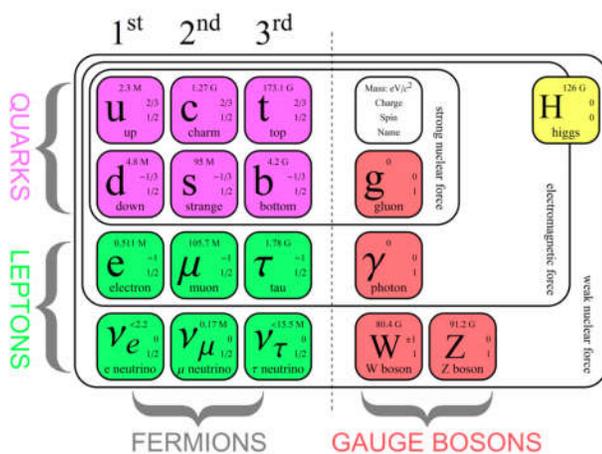


Figura 6. Partículas elementares do Modelo Padrão.

A representação de quarks e léptons é feita através de singletos e dubletos do grupo $SU(2)$ onde os férmions de de helicidade negativa (mão esquerda) se transformam como dubletos e os de helicidade positiva (mão direita) como singletos,

ou seja, componentes de mão esquerda e direita se transformam de maneira diferente fazendo do Modelo Padrão uma teoria quiral. A carga relacionada ao grupo $U(1)$ é a hipercarga e é estabelecida pela relação $Q = T_3 + Y/2$ onde Q representa a carga e T_3 a terceira componente de isospin fraco.

A Lagrangiana do Modelo Padrão pode ser escrita com as seguintes componentes:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\mathbf{G}_{\mu\nu}^a \cdot \mathbf{G}_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}\mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}_{\mu\nu}$$

$$+ i\bar{l}_L \not{D} l_L + i\bar{e}_R \not{D} e_R + i\bar{q}_L \not{D} q_L + i\bar{u}_R \not{D} u_R + i\bar{d}_R \not{D} d_R$$

$$+ |D_\mu H|^2 - V(H)$$

$$+ \bar{l}_L H Y_e e_R + \bar{q}_L H Y_d d_R + \bar{q}_L \tilde{H} Y_u u_R + \text{hermitian conjugate}.$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Bósons de calibre} \\ W^\pm, Z, \gamma : \text{energias} \\ \text{cinéticas e} \\ \text{auto-interações} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{energias cinéticas} \\ \text{dos léptons e quarks} \\ \text{e suas} \\ \text{interações com} \\ W^\pm, Z, \gamma \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} W^\pm, Z, \gamma, \text{ e Higgs:} \\ \text{massas e} \\ \text{acoplamentos} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Termo de Yukawa:} \\ \text{massas de} \\ \text{léptons e quarks} \end{array} \right.$

Para os bósons de calibre temos três termos que representam respectivamente $SU(3)$ com acoplamento g_s , $SU(2)$ com acoplamento g' e $U(1)$ com acoplamento g . Do termo $|D_\mu H|^2$ vêm a quebra espontânea de simetria que fornece a massa do W^\pm , Z e γ . No termo de Yukawa temos os termos $Y_{e,d,u}$ que são chamados de acopladores de Yukawa e \tilde{H} que é por definição $i\sigma_2 H$ a fim de manter a neutralidade em função da hipercarga do u_R . Neste termo de Yukawa acontece a violação de CP.

Embora não esteja claro da forma escrita, as derivadas covariantes são diferentes para cada um dos termos pois estão relacionadas com a representação da partícula em cada um dos grupos podendo ser, por exemplo, tripleto (3), dubleto (2), singleto (1). Sendo assim, temos as seguintes representações e suas cargas na última linha da tabela:

Tabela I – Grupos e suas representações

Grupos	q_i	l_i	e_R	H	u_R	d_R
$SU(3)$	3	1	1	1	3	3
$SU(2)$	2	2	1	2	1	1
$U(1)$	1/6	-1/2	-1	1/2	2/3	-1/3

Portanto, podemos escrever cada derivada covariante explicitando como cada partícula se comporta em cada grupo:

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi - iV_\mu^a T^a \phi \quad \text{Definição de derivada covariante}$$

$$\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$$

$$D_\mu H = \partial_\mu H - igW_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} H - ig' \frac{B_\mu}{2} H$$

$$D_\mu l_L = \partial_\mu l_L - igW_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} l_L + ig' \frac{B_\mu}{2} l_L$$

$$D_\mu q_L = \partial_\mu q_L - ig_s G_\mu^a T^a q_L - igW_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} q_L - ig' \frac{B_\mu}{6} q_L$$

$$D_\mu e_R = \partial_\mu e_R + ig' B_\mu e_R$$

$$D_\mu u_R = \partial_\mu u_R - ig_s G_\mu^a T^a u_R - ig' B_\mu \frac{2}{3} u_R$$

$$D_\mu d_R = \partial_\mu d_R - ig_s G_\mu^a T^a d_R + ig' B_\mu \frac{1}{3} d_R$$

O Modelo Padrão teve muito sucesso para a descrição das interações fundamentais, predição de partículas e do bóson de Higgs quando comparado com dados experimentais obtidos pelo LHC. Entretanto ainda não é uma teoria completa por não explicar alguns pontos cuja existência já é conhecida como, por exemplo massa dos neutrinos ou questões ainda não compreendidas como matéria escura e assimetria entre matéria e anti-matéria.

Outras questões como "por que três gerações de férmions?" e hierarquia na matriz CKM também sugerem que existe algo a mais para ser descoberto. Portanto, novas teorias, chamadas de "*Além do Modelo Padrão*" baseadas em $SU(5)$ ou $SO(10)$ poderiam vir a explicar tais questões.

1.2 Interações Fracas e a Matriz CKM

Proposta por Fermi, a teoria foi construída com uma estrutura parecida com a descrição das interações eletromagnéticas de que a amplitude invariante de transição pode ser escrita como o produto das funções do vértice (densidades de corrente eletromagnéticas no caso da QED) e um propagador. Existem dois tipos de interações fracas [3]:

- **Neutras:** mediadas pelo bóson Z, estas interações não alteram o sabor da partícula, ou seja, temos vértices do tipo:

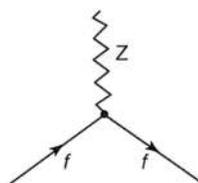


Figura 7. Vértice da interação fraca mediada por bóson Z.

Onde f pode ser um quark ou lépton.

- **Carregadas:** mediadas pelo bóson W, estas interações causam mudança nos sabores do quarks. No caso de léptons, podemos observar a conversão de um lépton em seu neutrino correspondente após a emissão de um bóson W, notando que os vértices deste tipo sempre conectam membros da mesma geração. Constatamos também que, de observações de taxas de decaimento de μ e τ , a força da interação fraca é a mesma para todos os sabores de léptons ($G_F^{(e)} = G_F^{(\mu)} = G_F^{(\tau)}$), a isto chamamos de *Lepton Universality*.

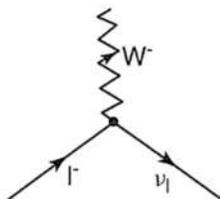


Figura 8. Vértice da interação

fraca mediada por bóson W.

Para quarks temos vértices do tipo:

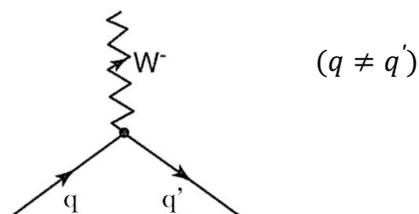


Figura 9. Vértice da interação fraca mediado por bóson W no caso de quarks.

Observamos a troca de sabores de quarks de acordo com os dubletos, (q, q') , porém q' é uma combinação de estados tipo down. Estas observações foram originalmente explicadas pela hipótese de Cabbibo [3,4] baseada no fato de que as interações fracas em quarks têm a mesma intensidade que em léptons entretanto os autoestados fracos dos quarks são diferentes dos autoestados de massa que estão correlacionados através de uma matriz unitária cujo papel é o de realizar a transformação. Em função de existirem três famílias de quarks, esta matriz tem dimensão 3×3 e é chamada de *Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) Matrix*.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Figura 10. Matriz CKM.

Cada elemento mede a amplitude de probabilidade de tal transição entre dois quarks ocorrer. Esta contém três parâmetros reais e uma fase complexa (através deste parâmetro observamos a violação de CP). Por ser uma matriz unitária, $VV^\dagger = 1$, logo

podemos escrever as relações que podem ser representadas pelo triângulo unitário no plano complexo:

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$$

$$|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1$$

$$\sum_{i=1}^3 V_{ji} V_{ki} = \sum_{i=1}^3 V_{ij} V_{ik} = 0$$

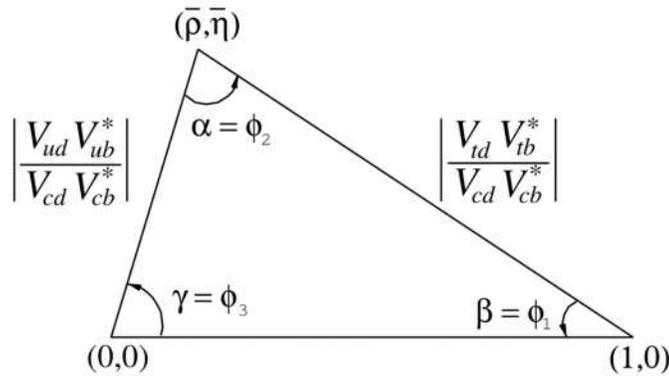


Figura 11. Triângulo unitário.

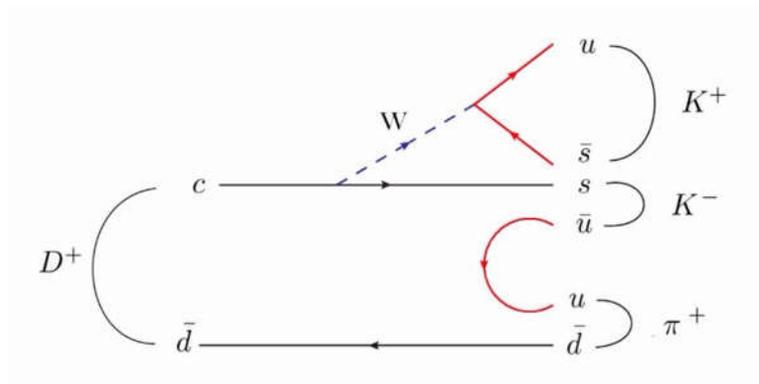
A matriz CKM é quase diagonal e por indícios de experimentos observamos uma estrutura do tipo:

$$\approx \begin{bmatrix} 1-\lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho-i\eta) \\ -\lambda & 1-\lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} + O(\lambda^4) \quad V_{\text{CKM}} \sim \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \cdot \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \cdot & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$

O valor experimental de λ é ≈ 0.22 . Para o setor de charme, elementos de mistura de ordem 1 dizemos que o processo é *favorecido por Cabbibo*, ($c \leftrightarrow s$ e $u \leftrightarrow d$), para ordem λ dizemos que é *suprimido por Cabbibo* ($c \leftrightarrow s$ e $u \leftrightarrow s$) ou ($c \leftrightarrow d$ e $u \leftrightarrow d$) e para ordem λ^2 *duplamente suprimido por Cabbibo* ($c \leftrightarrow d$ e $u \leftrightarrow s$).

1.3 O Méson D^+

O méson D^+ é uma partícula composta por um quark charm e um anti-quark down ($c\bar{d}$) de massa 1869.58 ± 0.09 MeV e tempo de vida $(1040 \pm 7) \times 10^{-15} s$ [5]. Dentre os possíveis modos de decaimento se encontram os modos leptônicos que contêm somente léptons no estado final, semi-leptônicos contendo léptons e hádrons no estado final, ou hadrônicos contendo somente hádrons no estado final. Podemos ter, por exemplo, o decaimento hadrônico $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$, que será estudado neste projeto,



representado pelo diagrama de Feynman:

Figura 12. Diagrama de Feynman $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$.

1.4 Decaimento de Três Corpos e o Espaço de Fase

Para um decaimento de três corpos no estado final temos tipicamente [5]:

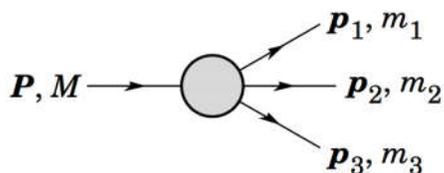


Figura 13. Esquema de um decaimento em três corpos.

P corresponde à partícula mãe de massa M e p_i às partículas filhas com massa m_i ($i = 1, 2, 3$). Podemos representar cada partícula por seu *quadri-momento* $P^\mu = (E/c, p)$. Neste tipo de processo é necessário que ocorra a conservação desta quantidade, ou seja, devem ser satisfeitas as relações:

$$E = \sum_{i=1}^3 E_i \quad p = \sum_{i=1}^3 \vec{p}_i \quad \text{onde} \quad E_i^2 = p_i^2 + m_i^2$$

O conjunto de todas as configurações de momento e energia possíveis é chamado de espaço de fase. Neste ambiente, podemos analisar o espaço de fase de um decaimento através do *Dalitz Plot*, que corresponde a região física do decaimento no plano s_{12}, s_{13} ou de forma mais geral, a região em termos de quaisquer duas variáveis relacionadas a s_{12}, s_{13} através de uma transformação linear de jacobiano constante, e cada evento possível corresponderá a um ponto neste gráfico ao passo que simulando vários eventos obtemos distribuições dadas por variáveis dinâmicas e cinemáticas.

Em física de partículas, \vec{p}_i não é uma variável dinâmica boa para analisar pois não é uma quantidade invariante, por isso, definimos variáveis cinemáticas, as variáveis do Dalitz, invariantes sob Transformações de Lorentz chamadas de massas invariantes quadradas [6]:

$$s_{12} = s_1 = (P_1^\mu + P_2^\mu)^2 = (P^\mu - P_3^\mu)^2$$

$$s_{23} = s_2 = (P_2^\mu + P_3^\mu)^2 = (P^\mu - P_1^\mu)^2$$

$$s_{13} = s_3 = (P_1^\mu + P_3^\mu)^2 = (P^\mu - P_2^\mu)^2$$

Entretanto somente duas destas variáveis são independentes quando todas as partículas não têm spin. Pode-se mostrar que vale a condição:

$$s_1 + s_2 + s_3 = s + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2,$$

onde \sqrt{s} corresponde à massa da partícula mãe.

Os limites cinemáticos do Dalitz Plot são dados por:

$$s_1^\pm = m_1^2 + m_2^2 - \frac{1}{2s_2} [(s_2 - s + m_1^2)(s_2 + m_2^2 - m_3^2) \pm \lambda^{1/2}(s_2, s, m_1^2)\lambda^{1/2}(s_2, m_2^2, m_3^2)]$$

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz$$

Pela equação acima, observamos que existem limites para s_1, s_2, s_3 :

$$(m_1 + m_2)^2 \leq s_1 \leq (\sqrt{s} - m_3)^2$$

$$(m_2 + m_3)^2 \leq s_2 \leq (\sqrt{s} - m_1)^2$$

$$(\sqrt{s} - m_2)^2 \leq s_3 \leq$$

$$m_1^2 \leq s_3 \leq$$

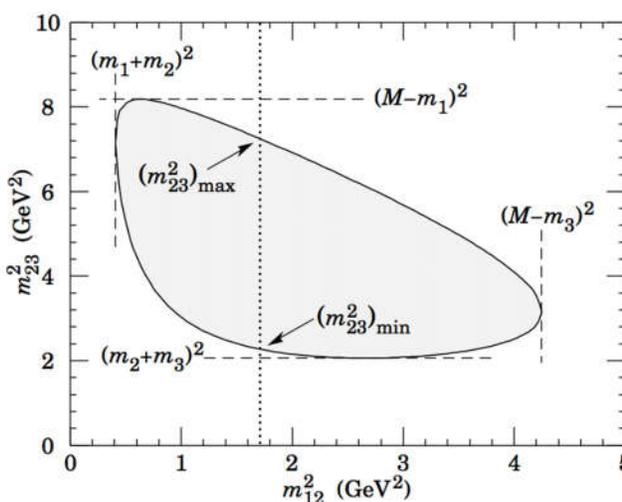


Figura 14. Dalitz

Plot.

Pode-se mostrar que, em um decaimento em três corpos sem spin, a taxa de decaimento está dada por:

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^3 32M^3} | \mathcal{M} |^2 ds_{12} ds_{13} ,$$

onde \mathcal{M} corresponde à amplitude quântica de decaimento - trazendo a informação sobre a dinâmica - e, portanto, a distribuição de eventos no Dalitz Plot é diretamente proporcional a $|\mathcal{M}|^2$. Os eventos contidos no Dalitz Plot são fruto dessa dinâmica e por isso podemos realizar um estudo das amplitudes de decaimento através deste gráfico.

Através do Dalitz Plot podemos investigar a presença de estados intermediários no decaimento (ressonâncias) que decaem por interação forte. Chamamos de decaimento ressonante quando há contribuição deste tipo de estrutura e decaimento não ressonante quando o decaimento é direto e não há formação de ressonâncias.

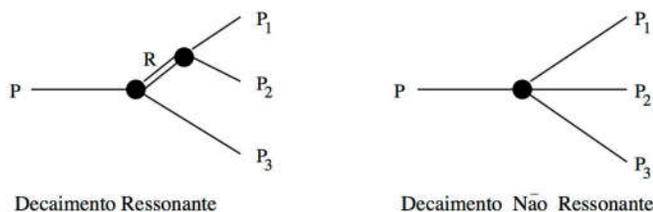


Figura 15. Esquema de um decaimento ressonante e não ressonante, respectivamente.

Para um decaimento ressonante, podemos escrever sua amplitude como [7]:

$$\mathcal{A}(P \rightarrow RP_3 \rightarrow (P_1P_2)P_3) = F_D F_R (2|\vec{p}_1||\vec{p}_3|)^J P_J(\cos\theta_{13}) x BW$$

Nesta expressão $F_D F_R$ correspondem a fatores de forma de acordo com a parametrização de Blatt e Weisskopf [8] representando o efeito de penetração dos mésons necessário à interação, \vec{p}_1 e \vec{p}_3 os tri-momento das partículas filhas 1 e 3, P_J o

polinômio de Legendre de ordem J , J o spin da ressonância, θ_{13} o ângulo entre as partículas filhas 1 e 3 e BW o propagador da ressonância dado por uma Breit-Wigner relativística:

$$BW = \frac{1}{m_0^2 - m_{12}^2 - im_0\Gamma},$$

parametrizada pela massa da ressonância m_0 e sua largura Γ dependente do momento pela relação:

$$\Gamma = \frac{F_R^2(p)}{F_R^2(p_0)} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2J+1} \frac{m_0}{m_{12}} \Gamma_0,$$

onde Γ_0 é a largura total da ressonância e p_0 é o valor que p assume para $m_{12} = m_0$.

Ao simular decaimentos em três corpos, via método de *Monte Carlo*, produzimos uma distribuição de eventos no Dalitz de acordo a uma determinada dinâmica gerada e a presença de ressonâncias afeta diretamente esta distribuição através da observação de regiões não uniformes com massa invariante bem definida e informações de momento angular.

Como em geral pode haver mais de uma ressonância no decaimento, a amplitude total deve conter todos os modos de decaimento - com suas respectivas amplitudes \mathcal{A}_i , fase associada δ_i e peso relativo a_i - que podem além do mais estar interferindo entre si. A esta proposição chamamos de *Modelo Isobárico*, tal que:

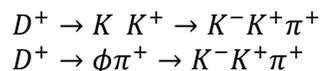
$$|\mathcal{A}|^2 = |\sum a_i e^{i\delta_i} \mathcal{A}_i|^2$$

2. Objetivos

Este projeto teve por objetivo o estudo e simulação de decaimentos em três corpos hadrônicos do méson D envolvendo estruturas ressonantes em vários estados finais utilizando o método Monte Carlo, propriedades dinâmicas (amplitudes de decaimento) e cinemáticas (relatividade especial) a fim de analisar como a presença destas estruturas afeta a amplitude de decaimento.

3. Metodologia

Para o desenvolvimento deste projeto, noções de relatividade especial e física de partículas no âmbito de decaimento de três corpos foram aplicadas a macros escritas em C++ junto com o software de análise de dados - desenvolvido no CERN - ROOT. A fim de compreender melhor a influência das ressonâncias no Dalitz Plot, foram trabalhados em paralelo dados reais do LHCb e dados gerados via Monte Carlo para a simulação do decaimento $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$ via dois estados intermediários:



3.1 Dados Reais do LHCb

Uma vez coletados dados de colisões do LHC, é preciso separar eventos correspondentes ao decaimento de interesse (sinal) e eventos não relacionados a ele (background), que normalmente é parametrizado por uma função linear ou exponencial de acordo com o espectro de massa estudado. De início, os dados coletados possuem tanto eventos de sinal quanto de background e sendo assim, precisamos de alguma maneira separar os eventos de interesse da melhor maneira possível minimizando os erros de classificar um evento de sinal como background e vice versa. Para realizar esta tarefa utilizamos Decision Trees que correspondem a um escaneamento ao longo das variáveis coletadas durante as colisões e para cada uma delas propomos uma decisão que levará à melhor separação entre sinal e background, ou seja, este método se baseia nas características topológicas do decaimento servindo como bons discriminantes na separação do sinal do background e a ele chamamos de *cortes retangulares*.

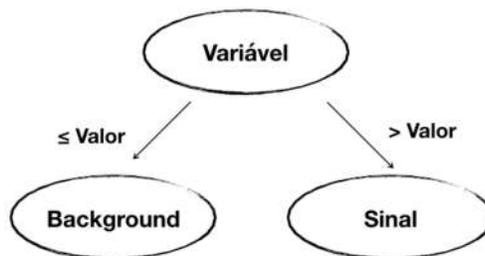


Figura 16. Critério de seleção.

Na topologia do decaimento estudado temos que o méson D^+ é criado no vértice primário (PV) percorre uma distância de vôo (FD) antes de decair. As partículas filhas tem sua trajetória partindo de um vértice comum, o vértice secundário (SV).

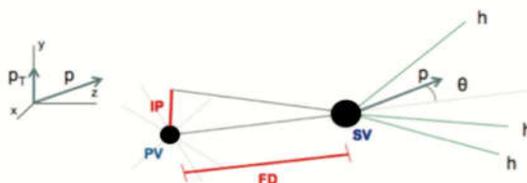


Figura 17. Decaimento e variáveis topológicas.

Para reduzir ao máximo o nível do background utilizamos as seguintes variáveis relacionadas com a topologia do sinal:

Parâmetro de impacto do D^+ (IP): definido como a menor distância entre a trajetória reconstruída do D^+ e o vértice primário.

χ^2 **Parâmetro de impacto (IP χ^2):** definido como a diferença do χ^2 do ajuste do vértice primário com e sem a inclusão do traço reconstruído.

Distância de vôo (FD): Distância percorrida pela partícula antes de decair.

χ^2 **da Distância de vôo (χ^2 FD):** definido como a razão entre o quadrado do valor de FD e o quadrado da incerteza combinada dos ajustes do PV e SV.

Momento Transverso (PT): momento do D^+ perpendicular à direção do feixe.

χ^2 **Endvertex:** qualidade da obtenção do vértice secundário.

Para encontrar o melhor valor de cada corte, eliminando ao máximo o background, utilizamos um método que consiste em escolher o corte que maximize a significância estatística dada por [9]:

$$\mathcal{S} = \frac{S}{\sqrt{S+B}}$$

Onde S são eventos de sinal e B de background. A eficiência é dada pela razão entre o número de eventos de sinal mantidos com a aplicação do corte em relação ao número de eventos sem corte nenhum. Neste método seguimos os passos:

1. Selecionamos as melhores variáveis para a discriminação entre sinal e background.
2. Para cada variável, plotamos a significância para todos os valores de corte possíveis e procuramos por aquele que maximize a significância.
3. Após identificar o maior pico de significância, aplicamos o corte, voltamos a projetar as outras variáveis e o processo é reiniciado

Após todas as escolhas de corte podemos calcular o par (s_{12}, s_{13}) de cada evento e plotar o Dalitz Plot.

3.2 Amostras Monte Carlo

Para o mesmo decaimento podemos, ao invés de analisar dados coletados do experimento, simular o que ocorreu e ao fim é possível comparar se o resultado da simulação está de acordo com os dados reais. Para realizar tal simulação utilizamos o Método Monte Carlo (MC) [10,11] para gerar os eventos de forma aleatória. Cada par $s_{12}s_{13}$ é gerado pela função implementada no ROOT TRandom, que gera um número entre 0 e 1 e logo em seguida é re-escalado para a região destas variáveis. É importante ressaltar que os eventos gerados devem satisfazer os limites cinemáticos do Dalitz Plot s^{\pm} , caso o par corresponda a um ponto fora das curvas limites, o evento é descartado. Se o evento se encontra dentro da região do Dalitz, podemos considerá-lo.

Ao simular vários eventos dentro da região do Dalitz, sem nenhuma contribuição de ressonâncias, obteremos uma distribuição uniforme de eventos que corresponde ao Dalitz Plot de um decaimento não ressonante.

Como sabemos, a contribuição de ressonâncias é bastante relevante na amplitude quântica do decaimento e por isso é preciso incluir na simulação cada ressonância de forma individual. No caso do decaimento $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$ estudamos a contribuição de duas ressonâncias, K e ϕ . Conforme descrito anteriormente, utilizamos uma função Breit-Wigner como propagador de cada ressonância com os parâmetros:

Tabela II - Parâmetros da Breit-Wigner

Parâmetros	m	Γ
K^*	890MeV	50MeV
ϕ	1020MeV	4MeV

Como as duas são ressonâncias de spin 1 a contribuição angular, correspondente ao polinômio de Legendre, é o cosseno do ângulo entre as partículas filhas sendo no caso do ϕ :

$$\cos\theta_{13}^{R12} = \frac{(s-s_1-m_3^2)(s_1+m_1^2-m_2^2)+2s_1(m_3^2+m_1^2-s_3)}{\lambda^{1/2}(s,s_1,m_3^2)\lambda^{1/2}(s_1,m_1^2,m_2^2)}$$

Os momentos das partículas filhas foram dados no referencial R12:

$$|\bar{p}_2|^{R12} = |\bar{p}_1|^{R12} = \frac{\sqrt{\lambda(s_1, m_1^2, m_2^2)}}{2\sqrt{s_1}}$$

$$|\bar{p}_3|^{R12} = \frac{\sqrt{\lambda(s, s_1, m_3^2)}}{2\sqrt{s_1}}$$

Para K

$$\cos\theta_{23}^{R13} = \frac{(s-s_3-m_2^2)(s_3+m_3^2-m_1^2)+2s_3(m_2^2+m_3^2-s_2)}{\lambda^{1/2}(s,s_3,m_2^2)\lambda^{1/2}(s_3,m_3^2,m_1^2)}$$

E momento das partículas filhas no referencial R13:

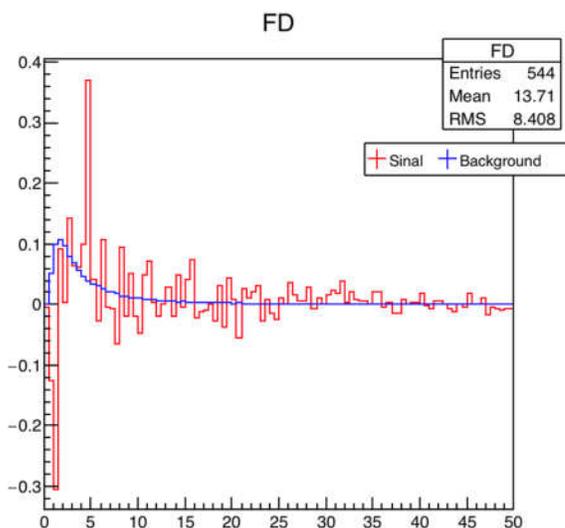
$$|\bar{p}_1|^{R13} = |\bar{p}_3|^{R13} = \frac{\sqrt{\lambda(s_3, m_3^2, m_1^2)}}{2\sqrt{s_3}}$$

$$|\bar{p}_2|^{R13} = \frac{\sqrt{\lambda(s, s_3, m_2^2)}}{2\sqrt{s_3}}$$

Com estas informações podemos calcular a amplitude quântica de decaimento de cada contribuição ressonante. Conforme a proposta do modelo isobárico, pode-se construir a amplitude total (aqui simplificada, sem fatores de forma, e Breit-Wigner com largura constante):

$$\mathcal{A} \propto |\cos\theta_{13}^{R12} BW(s_3)|\bar{p}_1|\bar{p}_3| + \cos\theta_{23}^{R13} BW(s_1)|\bar{p}_1|\bar{p}_2|^2$$

Ao simular vários eventos seguindo esta proposição obtemos regiões onde a distribuição de eventos não é uniforme verificando a presença das ressonâncias.

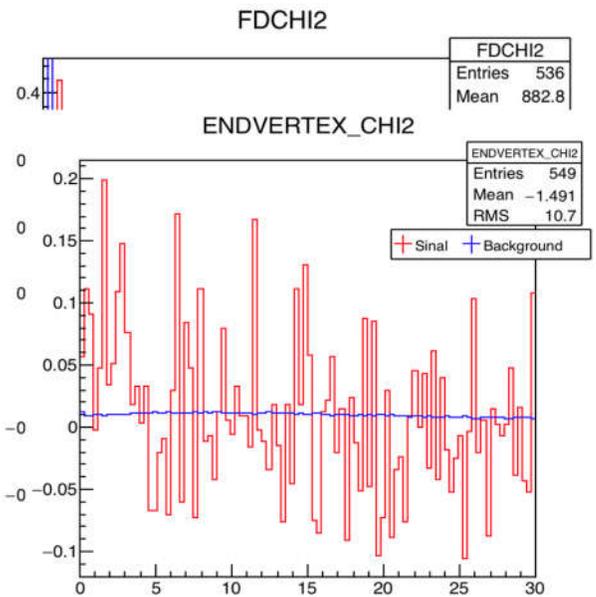
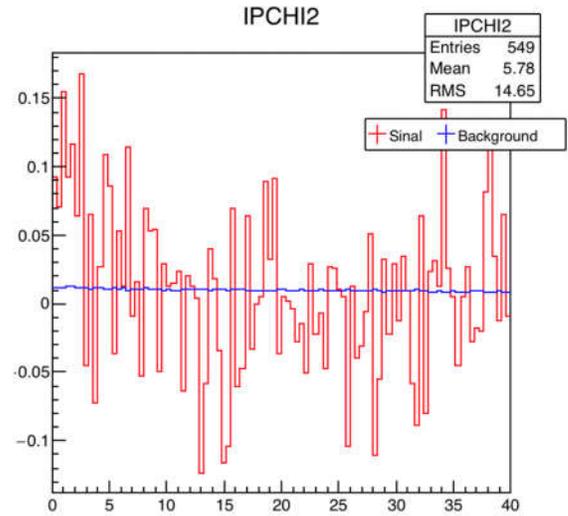
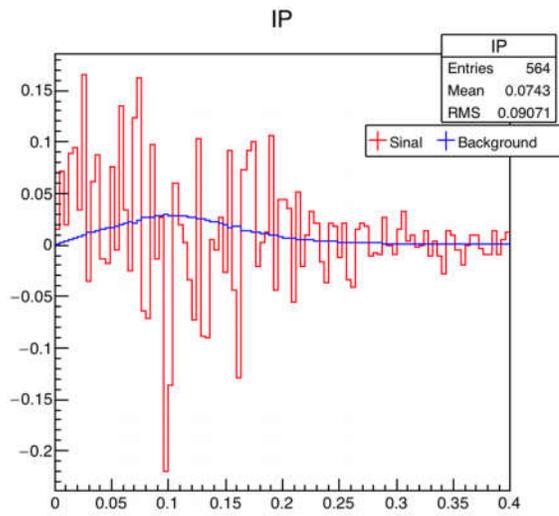


4. Resultados

4.1 Dados Reais do LHCb

Para reduzir ao máximo o nível de background analisamos as distribuições de sinal e background de cada variável

escolhida para corte e em seguida escolhemos seu melhor valor.



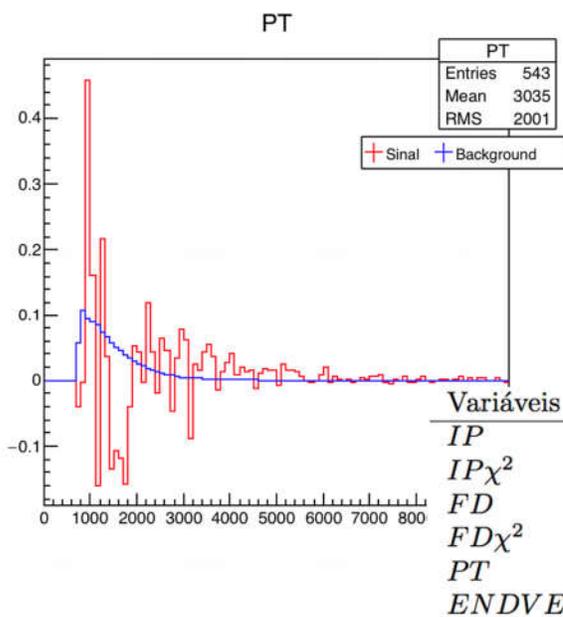


Figura 18. Distribuição das variáveis para sinal e background.

Foram aplicados então os seguintes cortes:

Tabela III – Variáveis e Cortes

Podemos verificar que antes dos cortes a distribuição de massa contém muita informação irrelevante referente ao background.

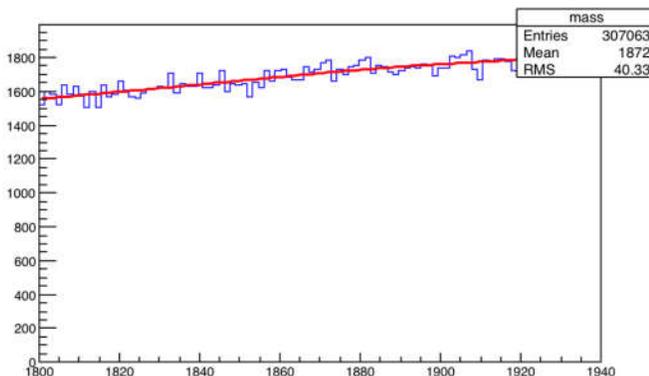
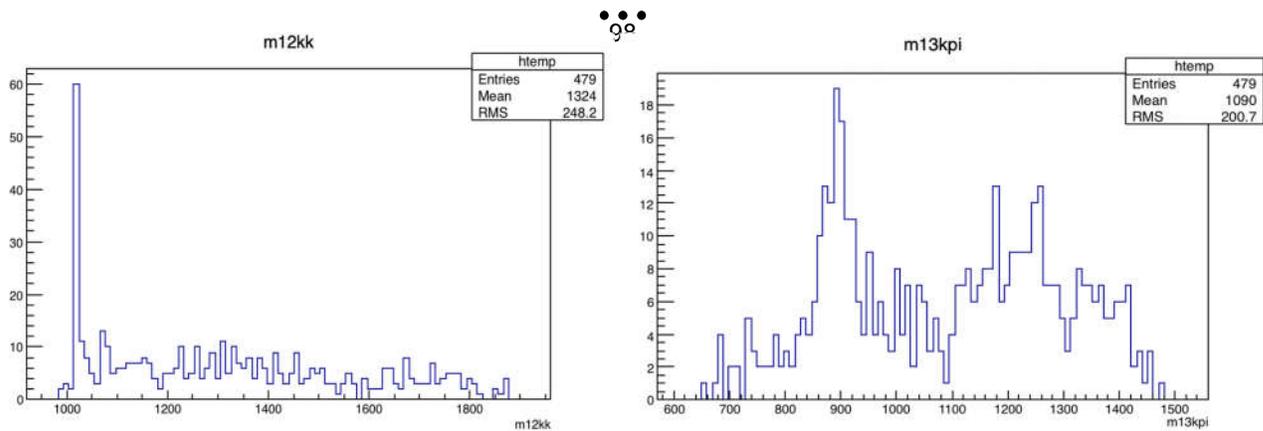


Figura 19. Distribuição de massa sem aplicação dos cortes.

Mas após os cortes indicados, observamos um pico de sinal que pode ser ajustado por uma gaussiana, e background ajustado por uma função constante,



centrado em aproximadamente 1870MeV que corresponde a massa do méson D^+ , indicando que os cortes aplicados reduziram o nível do background.

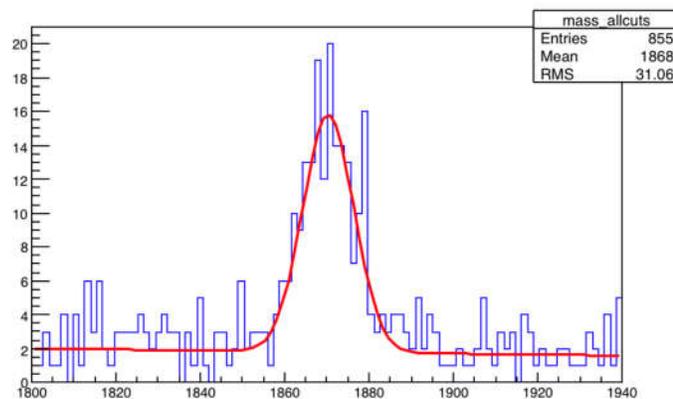


Figura 20. Distribuição de massa após os cortes.

Podemos calcular também as massas invariantes s_{12} e s_{13} lembrando que neste decaimento $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$ nos referimos a $1 \rightarrow K^-$, $2 \rightarrow K^+$ e $3 \rightarrow \pi^+$, e preencher histogramas unidimensionais para estas variáveis verificando que existem picos em aproximadamente 1020MeV no gráfico à esquerda e 890MeV no gráfico à direita indicando a massa das ressonâncias em KK e $K\pi$ respectivamente.

Figura 21. Variáveis s_{12} e s_{13} .

Plotando estas variáveis agora em um histograma bidimensional, obtemos o *Dalitz Plot*.

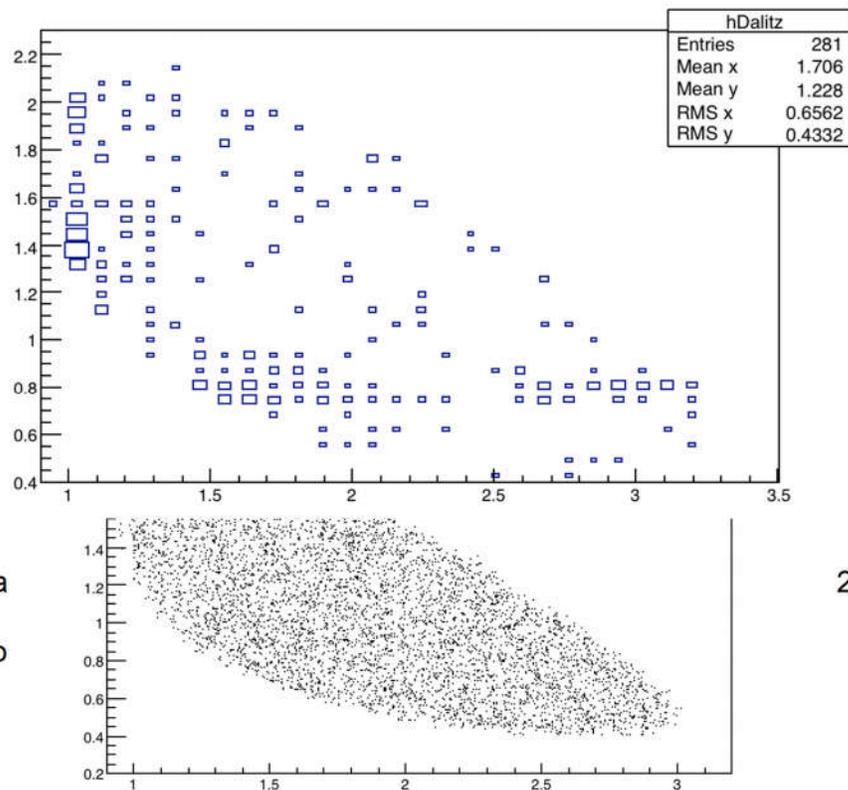


Figura
Plot do
decaimento
 $K^-K^+\pi^+$.

Ao

este plot,

observamos todo o espaço de fase do decaimento satisfazendo os limites cinemáticos e observamos também claramente que a distribuição de pontos não é uniforme indicando que o decaimento aconteceu via estados intermediários (ressonâncias). Identificamos que existem ressonâncias em função das “linhas” mais densas tanto no eixo horizontal ($\approx 800\text{MeV}$) quanto no vertical ($\approx 1000\text{MeV}$) e conseguimos também inferir sobre o spin das ressonâncias uma vez que a informação angular contém o polinômio de Legendre que se mostra em termos de cossenos alternando a distribuição de eventos na “linha” entre espaços vazios e espaços com pontos. Neste caso observamos ressonâncias de spin igual a 1 através do comportamento de uma função cosseno na distribuição dos pontos.

22. Dalitz

$D^+ \rightarrow$

analisar

4.2 Amostras Monte Carlo

Ao simular um decaimento não ressonante (sem dinâmica associada) obtemos um Dalitz Plot de distribuição uniforme:

Figura 23. Dalitz Plot simulado não ressonante.

Em seguida, introduzimos as ressonâncias K e ϕ obtendo o seguinte Dalitz Plot:

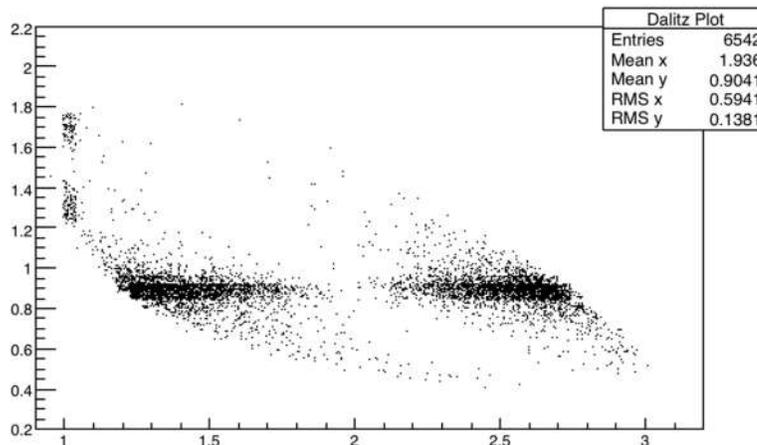


Figura 24. Dalitz Plot simulado com as ressonâncias K e ϕ .

Mais uma vez é possível observar que a presença das ressonâncias altera drasticamente a distribuição dos eventos. Conforme simulado, observamos uma ressonância de massa aproximadamente 890MeV através da linha horizontal mais densa correspondente ao K^* e outra de massa aproximadamente 1020MeV através da linha vertical mais densa correspondente a ϕ . A presença de espaços vazios nas linhas mostra que a informação angular aparece também na simulação assim como a largura das funções Breit-Wigner que também se mostraram coerentes com os parâmetros utilizados. Se o decaimento $D^+ \rightarrow K^- K^+ \pi^+$ ocorre, a grosso modo, via estes estados intermediários apresentados, o seu espaço de fase deve corresponder ao gráfico acima. Verificamos que a simulação foi coerente com os dados do LHCb pois observamos que as ressonâncias simuladas foram as mesmas encontradas no Dalitz Plot dos dados reais pois apresentaram a mesma massa, largura coerente e informação angular equivalente. De forma geral, os eventos simulados reproduziram qualitativamente os dados do experimento.

5. Conclusões

Para o desenvolvimento do projeto, que visava compreender e simular decaimentos de mésons D em três corpos, diversas etapas foram percorridas, desde o começo de estudo de relatividade e física de partículas, bem como a aprendizagem do ambiente ROOT para tratamento de dados, e a aprendizagem da técnica de Monte Carlo para simulação. A partir daí, desenvolvemos os programas necessários para as simulações específicas de um decaimento do méson D^+ em $K^-K^+\pi^+$.

6. Referências

- 1 - GRIFFITHS, D. **Introduction to Elementary Particles** Wiley-VCH GmbH & Co.KGaA, 2008, p.1-13.
- 2 - SCHWARTZ, M. **Quantum Field Theory and the Standard Model** Cambridge University Press, 2014, p.109-120.
- 3 - THOMSON, M. **Modern Particle Physics** Cambridge University Press, 2013, p.368-371.
- 4 - HALZEN, F., MARTIN, A. D. **Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics** John Wiley & Sons, 1984, p.1-33.
- 5 - J. Beringer et al. (Particle Data Group), PR D86, 010001 (2012) ([url:http://pdg.lbl.gov](http://pdg.lbl.gov)), p.323-325.
- 6 - BYCKLING, E. , KAJANTIE, K. **Particle Kinematics** John Wiley & Sons, 1973.
- 7 - GOBEL, C. **Estudo da Contribuição Não Ressonante em Decaimentos Hadrônicos do Méson D em Três Corpos**, CBPF, 1999.
- 8 - BLATT, J. M., WEISSKOPF, V. F. **Theoretical Nuclear Physics**, Springer-Verlag, 1952.
- 9 - TORRES, M. M. C. **Medida da Razão de Ramificação do Canal $D_s^+ \rightarrow \pi^-K^+K^+$ Relativa ao Canal $D_s^+ \rightarrow K^-K^+\pi^+$ no Experimento LHCb**, PUC-Rio, 2013, p.46-49.
- 10 - COWAN, G. **Statistical Data Analysis** Oxford Science Publications, 1998, p. 40-44.
- 11 - LYONS, L. **Statistics for Nuclear and Particle Physicists** Cambridge University Press, 1986, p. 161-174.