FoPeTec
REVISTA INTERNACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

ENSINO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR: IMPLEMENTO DAS REALIDADES ACADÊMICAS E PROFISSIONAIS

LINEAR PROGRAMMING EDUCATION: IMPLEMENTATION OF ACADEMIC AND PROFESSIONAL REALITIES

ENSEÑANZA DE PROGRAMACIÓN LINEAL: IMPLEMENTO DE LAS REALIDADES ACADÉMICAS Y PROFESIONALES

Denise Helena Lombardo Ferreira[1]
Júlio César Penereiro[2]

Resumo: Este trabalho busca mostrar que ambientes pedagógicos centrados em temas cotidianos ou profissionais, geralmente do interesse dos estudantes e apoiados pela tecnologia, contribuem favoravelmente para minimizar o sentimento de irrelevância dos conteúdos matemáticos, comum entre os estudantes. Os problemas propostos foram baseados em trabalhos na disciplina Programação Linear de um curso de Sistemas de Informação no qual muitos estudantes exercem atividades profissionais, dificultando a dedicação aos estudos. Por meio da experiência realizada, foi possível observar que o uso de temas do cotidiano ou profissionais contribuem para minimizar o sentimento de irrelevância da disciplina e, adicionalmente, os estudantes tornaram-se mais críticos e envolvidos com as informações recebidas.
Palavras-chave: Problemas do cotidiano. Conteúdos matemáticos. Modelagem matemática.

Abstract: This article seeks to show that learning environments centered on an everyday or professional topics, usually in the interest of students and supported by technology, contribute favorably to minimize the feeling of irrelevance of mathematical contents, common among students. The problems proposed were based on work carried out in Linear Programming discipline from an Information Systems Course in which many of the students involved also execute professional activities, making it difficult to dedicate to the studies. Through the experience, it was possible to observe that the use of everyday or professional subjects contribute to minimize the sense of irrelevance of the discipline and, in addition, the students became more critical and involved with the information received.
Keywords: Everyday problems. Mathematical contents. Mathematical modeling.

Resumen: Este trabajo busca mostrar que ambientes pedagógicos centrados en temas cotidianos o profesionales, generalmente del interés de los estudiantes y apoyados por la tecnología, contribuyen favorablemente para minimizar el sentimiento de irrelevancia de los contenidos matemáticos, común entre los estudiantes. Los problemas propuestos se basaron en trabajos en la disciplina Programación Lineal de un curso de Sistemas de Información en el cual muchos estudiantes ejercen actividades profesionales, dificultando la dedicación a los estudios. Por medio de la experiencia realizada, fue posible observar que el uso de temas de lo cotidiano o profesionales contribuyen a minimizar el sentimiento de irrelevancia de la disciplina y, adicionalmente, los estudiantes se tornaron más críticos e involucrados con las informaciones recibidas.
Palabras-clave: Problemas cotidianos. Contenidos matemáticos. Modelado matemático

Envio 09/02/2018 **Revisão 09/03/2018** **Aceite 09/04/2018**

[1] Doutora em Educação Matemática (UNESP). Pontifícia Universidade Católica de Campinas. lombardo@puc-campinas.edu.br
[2] Doutor em Astrofisica (USP). Observatório Municipal de Campinas Jean Nicolini. jcpenereiro@yahoo.com.br

REVISTA INTERNACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Introdução

Tendo em vista que muitos estudantes sentem a falta de conexão entre os conteúdos matemáticos vistos em sala de aula e as aplicações no cotidiano. É salutar envolvê-los em projetos que sintam a necessidade de interagir com problemas que demandem aspectos da Matemática para resolvê-los. A conexão de temas vistos na sala de aula com a realidade do estudante, por meio de assuntos de seu interesse como o ambiente em que trabalha ou a área do curso que está envolvido, pode possibilitar uma aprendizagem mais significativa e menos estressante, podendo motivá-lo a apreender e/ou empregar diferentes conteúdos matemáticos. Isso está em consonância com a estratégia pedagógica da Modelagem Matemática (MM), pois constitui um importante instrumento de aplicação da Matemática para resolver problemas reais, uma vez que gera necessidades para o levantamento de dados e para simplificações das situações da realidade. No entendimento de Bassanezi (2002, p. 16), "A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". Nesse sentido, os estudantes podem desenvolver projetos e ações voltadas à experimentação, visualização, interpretação e previsão, tornando o ensino mais envolvente e estimulante.

Barbosa (2006) comenta que a MM é um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são convidados a investigar situações e problemas extraídos do dia-a-dia, inclusive envolvendo assuntos relacionados com outros temas científicos. Isso pode despertar nos estudantes o interesse pelos conteúdos matemáticos, além de incrementar o senso crítico dos mesmos.

Além do uso da MM como estratégia pedagógica, essa temática científica também é disseminada na indústria servindo de apoio para tomadas de decisões mais acertadas. Como destaca Taube-Netto (2016), a MM pode ser aplicada num ambiente empresarial, otimizando a produção ou fazendo simulações. Para esse autor, a MM é definida como "o esforço de representação de processos físicos, econômicos, biológicos, através de um formalismo matemático, o qual permite que se façam previsões ou interpretações em relação ao universo que se pretende modelar" (Taube-Netto, 2016, p. 1).

Com o advento da *Internet*, a quantidade de informações disponíveis tem aumentado substancialmente, fortalecendo ainda mais a necessidade de modelos para auxiliar no processo decisório das empresas. Adicionalmente, a evolução técnica dos computadores, como vem ocorrendo na atualidade, corrobora para que os próprios tomadores de decisão confeccionem sistemas de apoio à decisão que se pretende definir.

O processo de modelagem para a tomada de decisão apresenta diversas vantagens, já que os modelos forçam a identificação e o armazenamento dos relacionamentos entre meios a serem decididos, bem como a identificação das variáveis a serem incluídas, além do reconhecimento de eventuais limitações (Lachtermacher, 2007).

Conforme argumentaram Silva et al. (2016), é necessário propor aos estudantes, situações que envolvam problemas presentes na realidade, tornando os conceitos matemáticos abordados na escola e a própria Matemática uma ciência não isolada e com real sentido.

Considerando que muitos estudantes do curso de Sistemas de Informação, ao frequentarem a disciplina de Programação Linear, já exercem atividades profissionais até mesmo antes de ingressarem no curso universitário, muitas vezes ocupando cargos de gestão ou equivalentes, parece oportuno favorecer um ambiente no qual eles tenham contato com problemas reais de diferentes empresas. Neste contexto, o presente trabalho procura mostrar experiências vivenciadas pelos estudantes na disciplina Programação Linear, desenvolvida no curso Sistemas de Informação de uma instituição particular de nível superior, no Estado de São Paulo, ao ter contato com problemas reais do dia-a-dia.

Aspectos históricos da programação linear

Desde a antiguidade, a Matemática está presente na vida do ser humano, em parte devido à necessidade de representar e entender os fenômenos da realidade, visando suprir algumas necessidades da vida, tais como aspectos envolvendo a agricultura, a pecuária, a pesca, dentre outros. De acordo com D'Ambrósio (1996), os antigos gregos iniciaram a distinção entre a matemática pura e a matemática aplicada. Para aquela civilização, os objetos matemáticos abstratos eram valorizados, enquanto que para os romanos e os hindus os aspectos mais práticos da Matemática eram mais importantes. Nos tempos modernos, principalmente a partir de Kepler, Newton, Leibniz, dentre outros contemporâneos a esses, tem ocorrido uma maior preocupação de como explicar fenômenos naturais por meio da Matemática. Neste sentido, Galileu deixou claro que a Matemática é a linguagem da Ciência (Koestler, 1989).

Muitas soluções que representam a realidade cotidiana são obtidas pelo uso de algumas ferramentas disponíveis na Matemática. Esse também é o caso da Pesquisa Operacional, que possibilita, por meio de modelos, representar de forma adequada uma realidade de interesse de um determinado tema. Pode-se dizer que a Pesquisa Operacional é um conjunto de técnicas matemáticas utilizadas para resolver problemas específicos. Ela é empregada como uma ferramenta auxiliar no processo de tomada de decisões, pois permite alocar de forma eficiente recursos limitados, identificando os parâmetros cujos valores podem ser controlados, denominados de variáveis de decisão, as quais afetam o desempenho de um sistema como um todo. A propriedade importante de uma variável de decisão é que o seu valor tem um efeito no desempenho do sistema. Dessa forma, a Pesquisa Operacional pode ser utilizada no sentido de auxiliar o processo decisório de problemas das Engenharias, como: otimização de recursos, localização, roteirização, carteiras de investimento, alocação de pessoas, previsão e planejamento, dentre outros. Em relação às diversas técnicas empregadas em Pesquisa Operacional, a mais difundida é a Programação Linear, devido a simplicidade de sua aplicação, assim como pelos resultados conquistados de maneira conivente.

Historicamente, a origem da Programação Linear se deu em 1826, por meio dos estudos realizados pelo matemático e físico francês Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830), sobretudo no que diz respeito a sistemas de inequações lineares. Entretanto, foi somente a partir de 1939 que o matemático e economista russo Leonid Vitaliyevich Kantarovitch (1912 – 1986) notou a importância de suas aplicações práticas. A ideia principal proposta por Kantarovitch era obter a maior produção possível de um material com base na utilização dos recursos disponíveis. Após ter sido testada e comprovada a sua eficácia, só mais tarde, em 1975, é que Kantarovitch, e o economista de origem holandesa radicalizado nos Estados Unidos, Tjalling Charles Koopmans (1910 – 1985), tiveram seus esforços intelectuais reconhecidos, ao receberam em 1975 o Prêmio Nobel de Economia, graças ao trabalho desenvolvido sobre a Teoria da Alocação Ótima dos Recursos.

Outra importante contribuição dada à Programação Linear deve-se ao matemático norte americano George Bernard Dantzig (1914 – 2005), que entre 1941 e 1945 trabalhou no Pentágono Americano, como especialista em planejamento e programação de atividades militares, e, posteriormente, como conselheiro em Matemática da Força Aérea Americana. Neste período, Dantzig ficou fascinado com o trabalho proposto em 1932, pelo economista russo, naturalizado americano Wassily Wassilyovitch Leontief (1905 – 1999), sobre uma estrutura matricial, denominada Modelo Interindustrial de Entrada-Saída. Este trabalho rendeu a Leontief o Prêmio Nobel de Economia em 1972.

Com o intuito de solucionar alguns problemas que persistiam na Força Aérea Americana, Dantzig primeiramente formulou o problema como a minimização de uma função linear sujeita a equações e inequações também lineares. Na busca por solucionar este problema, Dantzig criou, em 1947, o Algoritmo Simplex, um eficiente mecanismo que vem sendo usado para resolver problemas de Programação Linear.

Os trabalhos de Dantzig não foram reconhecidos a ponto de receber um Prêmio Nobel. Indignado e inconformado com isso, Koopmans, resolveu doar um terço dos recursos recebidos pelo Prêmio Nobel conquistado em 1975 a Dantzig. Presume-se que, a possível causa apontada para Dantzig não ter recebido o Prêmio Nobel tenha sido o fato de que as suas pesquisas e descobertas foram utilizadas originalmente para fins militares. O que já era repudiado na época por vários cientistas espalhados pelo mundo.

A escassez dos recursos disponíveis e a busca pela otimização dos processos, tem feito da Programação Linear uma área bastante promissora. Desde os exemplos mais simples do dia-a-dia, como aqueles das grandes incorporações, tem como foco gastar menos, lucrar mais, diminuir perdas.

Com o aparecimento e disseminação de computadores cada vez mais velozes em termos de processamento de informações, a Programação Linear difundiu-se rapidamente, sobretudo nas indústrias petrolíferas.

Atualmente, pode-se afirmar que o uso da Programação Linear é capaz de auxiliar efetivamente na solução e na tomada de decisões dos mais variados problemas de alocação de recursos.

Programação linear: formulação

Construir um modelo matemático que represente adequadamente a situação real não é uma tarefa trivial. Para isso é fundamental compreender o problema proposto, construir o modelo que o represente e por fim resolvê-lo e validá-lo com a solução obtida.

Na prática, a representação algébrica de um modelo linear de otimização consiste em determinar um vetor de variáveis que satisfaça um sistema de restrições lineares (equações e/ou inequações) que possibilite minimizar ou maximizar uma função linear, denominada de função objetivo. As relações a seguir representam um exemplo problema de Programação Linear, no qual a equação (1) é a função objetivo a ser minimizada, enquanto as equações e inequações lineares (2 a 5) são as restrições impostas.

Minimizar:

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 ... + c_nx_n \qquad (1)$$

Sujeito a:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 ... + a_{1n}x_n = b_1 \qquad (2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 ... + a_{2n}x_n \leq b_2 \qquad (3)$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 ... + a_{mn}x_n \geq b_m \qquad (4)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, ..., x_n \geq 0 \qquad (5)$$

Sendo z (equação 1) o correspondente valor da função objetivo do problema. O vetor das variáveis de decisão é dado por $x = (x_1, x_2, x_3, ... x_n)^t$, que representa o nível de processamento de cada atividade, enquanto que o vetor de custo unitário das variáveis de decisão é dado por $c = (c_1, c_2, c_3, ... c_n)$. A matriz composta dos valores que representam os números de unidades do recurso *i* necessários para formar uma unidade da variável de decisão *j* é $A = (a_{ij})$. O vetor dos limites ou das necessidades dos recursos é $b = (b_1, b_2, b_3, ... b_m)^t$, O número total de variáveis é n, enquanto que m representa o número total de restrições.

Um problema de otimização pode ser classificado como Programação Linear se ele satisfizer algumas propriedades, dentre as quais: tiver uma única função objetivo; as variáveis de decisão devem ter potências de expoente 1 e multiplicadas apenas por uma constante; nenhum termo da função objetivo ou de qualquer restrição pode conter produto de variáveis de decisão; os coeficientes das variáveis de decisão da função objetivo e de cada restrição são constantes; as variáveis de decisão podem assumir tanto valores reais como também valores inteiros (Giordano et al., 2008).

Problemas das mais variadas áreas podem ser resolvidos usando Programação Linear, tais como, alimentação, siderurgia, transporte, indústria de transformação, dentre outros.

Com a finalidade de ilustrar a formulação apresentada anteriormente são mostrados alguns exemplos na notação sugerida.

A experiência vivenciada pelos estudantes

A disciplina Programação Linear é oferecida no 6º período letivo para estudantes do curso de Sistemas de Informação, sendo que, normalmente, muitos deles exercem atividades profissionais, dificultando a dedicação para os estudos. No entanto, a experiência obtida por aqueles que atuam em empresas pode ser um fator facilitador na compreensão da aplicação da disciplina no mundo real. Como assinala Silva (2013), diversos problemas encontrados no cotidiano do estudante, envolvendo as várias áreas do conhecimento, necessitam de decisões que podem ser abordadas com o auxílio da Programação Linear.

Em geral, a disciplina é estruturada da seguinte maneira: inicialmente são apresentados exemplos de aplicações da Programação Linear, em seguida é feita uma revisão de alguns conceitos de Álgebra Linear. Posteriormente, apresenta-se o Algoritmo Simplex e a teoria da Dualidade. Faz parte da avaliação a confecção de um projeto, que pode ser executado individualmente ou em duplas, no qual os estudantes escolhem ou criam um problema, apresentam a formulação em termos de Programação Linear, depois usam o solver do software EXCEL (*Microsoft Office Excel*) ou LINGO (*Language for Interactive General Optimizer*) para obter a solução e, finalmente, simulam alguns estudos de casos para aplicar a teoria da Dualidade. Ressalta-se que o LINGO possui uma versão gratuita para *download*[3]. É possível identificar em ambos os softwares os valores das variáveis duais da Teoria da Dualidade. Por fim, é feita de forma interativa a apresentação dos projetos para todos os estudantes da classe.

Dentre os diversos exemplos da Programação Linear e da Programação Linear Inteira, apresentados por um dos docentes em atividade com os estudantes, apenas serão ilustrados no presente trabalho o problema de formulação de ração, devido ao fácil entendimento e possíveis desdobramentos, além do problema envolvendo o corte de bobinas de papel, por ser um exemplo que apresenta diversas aplicações nas indústrias papeleiras do Brasil. Vale mencionar que na Programação Linear Inteira as variáveis de decisão admitem apenas valores inteiros, ou binários: 0 ou 1.

Problema da mistura de ração

[3]Disponível em: http://www.lindo.com/

Uma fazenda pode comprar e misturar um ou mais dos três tipos de grãos: Grão 1, Grão 2 e Grão 3, cada um contendo diferentes quantidades de quatro tipos de nutrientes, denominados de A, B, C e D para fabricar um determinado tipo de ração. A Tabela-1 apresenta as unidades de cada nutriente contidas em cada quilograma de grão; as unidades necessárias de cada nutriente e o custo unitário de cada tipo de grão. Deseja-se obter a ração de custo total mínimo atendendo as necessidades mínimas dos nutrientes.

Tabela-1. Dados do problema de ração.

Nutriente	Grão 1	Grão 2	Grão 3	Necessidade(*)
A	2,00	3,00	7,00	1.250,0
B	1,00	1,00	0,00	250,0
C	5,00	3,00	0,00	900,0
D	0,60	0,25	1,00	232,5
Custo (R$/Kg)	41,00	35,00	96,00	

(*) Necessidade mínima (unidades).

Considerando que a variável x_i denota a quantidade do grão *i* (*i* = 1,2,3), o problema pode ser formulado com a minimização do custo total: equação (6), restrições da necessidade do nutriente A: equação (7), necessidade do nutriente B: equação (8), necessidade do nutriente C: equação (9), necessidade do nutriente D: equação (10) e restrição de não negatividade das variáveis: equação (11).

Minimizar:

$$Custo = 41x_1 + 35x_2 + 96x_3 \qquad (6)$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 3x_2 + 7x_3 \geq 1250 \qquad (7)$$

$$x_1 + x_2 \geq 250 \qquad (8)$$

$$5x_1 + 3x_2 \geq 900 \qquad (9)$$

$$0{,}6x_1 + 0{,}25x_2 + x_3 \geq 232{,}5 \qquad (10)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \qquad (11)$$

O problema aqui desenvolvido é uma versão simplificada de uma fábrica de ração. Na realidade, uma fábrica que se envolve com produtos desse gênero produz diversos tipos de rações utilizando grande número de ingredientes que, por sua vez, contém diversos tipos de nutrientes, cujo objetivo é minimizar o custo total da fabricação dos vários tipos de rações satisfazendo os requisitos nutricionais das mesmas. Nesse caso, a variável de decisão passa a ser x_{ij}, a quantidade do ingrediente *i* na determinada ração *j*.

A apresentação do problema de ração aos estudantes trouxe alguns benefícios. Eles puderam entender uma aplicação da Programação Linear em uma situação da realidade, além disso, observaram a possibilidade de usar a mesma formulação, com pequenas adaptações, para outros problemas que envolvem misturas, como por exemplo, o problema da dieta.

Problema do corte de bobinas

Bobinas de papel são fabricadas de acordo com pedidos de clientes, cada uma delas fornecendo a largura, expressa, por exemplo, em milímetros (mm), e, quantidade em toneladas (Ton). Na linha de produção, estas bobinas são cortadas a partir de uma esteira de papel com uma largura padrão de, por exemplo, 4200 mm, sendo processadas por uma única máquina. As larguras dos pedidos devem ser combinadas lado a lado procurando atingir a largura padrão de 4200 mm. Este processo pode produzir refilos, isto é, fitas de papel, que são sobras causadas pela combinação de larguras que não somam exatamente 4200 mm. O problema consiste em determinar esquemas de corte que permitam uma produção que atenda aos pedidos e que minimize a perda total de papel. Supondo a carteira de pedidos de um cliente dada pela Tabela-2, a questão que se coloca é: quais são os padrões de corte de bobinas que podem ser utilizados.

Tabela-2. Larguras e quantidades dos pedidos.

Pedido	Largura (mm)	Quantidade (Ton)
1	1.300	100
2	1.400	150
3	1.500	120

Por tentativa e erro é possível montar alguns padrões viáveis, como mostrado na Tabela-3.

Tabela-3. Padrões de corte.

Padrão	Larguras (mm)			Perda (mm)
1	1.300	1.400	1.500	0
2	1.400	1.400	1.400	0
3	1.300	1.300	1.500	100
4	1.300	1.400	1.400	100
5	1300	1300	1400	200
6	1300	1300	1300	300

Considerando que a variável x_j denota a quantidade de papel a ser produzida com o padrão de corte j, no caso j=1,...,6, tem-se que as quantidades de bobinas com as respectivas larguras que são produzidas devem ser iguais a demanda exigida pelo cliente. Assim, para cada uma das três larguras têm-se as equações (12 a 14).

Largura 1 (1300 mm):

$$\frac{1300}{4200}x_1 + 0x_2 + \frac{2600}{4200}x_3 + \frac{1300}{4200}x_4 + \frac{2600}{4200}x_5 + \frac{3900}{4200}x_6 = 100 \tag{12}$$

Largura 2 (1400 mm):

$$\frac{1400}{4200}x_1 + \frac{4200}{4200}x_2 + 0x_3 + \frac{2800}{4200}x_4 + \frac{1400}{4200}x_5 + 0x_6 = 150 \tag{13}$$

Largura 3 (1500 mm):

$$\frac{1500}{4200}x_1 + 0x_2 + \frac{1500}{4200}x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 120 \tag{14}$$

A equação (15) expressa a perda total de papel:

$$0x_1 + 0x_2 + 100x_3 + 100x_4 + 200x_5 + 300x_6 \tag{15}$$

O problema pode ser formulado combinando a minimização da perda dada pela equação (15) juntamente com as equações (12 a 14) e a restrição de não negatividade das variáveis.

O problema aqui apresentado é uma versão bastante simplificada da realidade, visto que uma fábrica de papel consiste em atender a demanda de uma carteira de pedidos de clientes com o processamento de bobinas de papel em diferentes larguras e diâmetros. Há ainda determinadas fábricas que atuam de maneira na qual as bobinas de papel necessitam continuar o processo na cortadeira para produzir formatos de folha de papel. Murty (1995) descreve um exercício com dados reais de uma empresa brasileira de corte de bobinas de papel com o objetivo de minimizar a perda total.

A Programação Linear pode se tornar um elemento bastante útil para o Departamento Comercial de uma fábrica de papel, pois com o auxílio da ferramenta Análise de Sensibilidade, é possível apontar quais pedidos devem ser renegociados na tentativa de minimizar a perda total em relação à solução obtida originalmente.

Após a explanação dos diversos problemas relacionados com a Programação Linear os estudantes da disciplina se organizaram em grupos para decidirem os problemas a serem trabalhados. No início ficaram um tanto quanto perdidos, pois não sabiam ao certo o que era para fazer, o que é natural, visto que eles não estão acostumados a trabalhar com a criação de problemas. Comumente nas aulas regulares os professores apresentam o problema já formulado para o estudante resolver.

Alguns grupos decidiram buscar problemas do cotidiano de pequenas empresas, outros grupos buscaram na literatura problemas da área do curso e alguns projetos foram provenientes de suas próprias ideias, relacionados com suas áreas profissionais ou de seus interesses. Inicialmente, muitos estudantes ficaram empolgados para resolver problemas que demandavam muito trabalho, ou problemas que necessitavam de informações que estavam fora do alcance. Por conta do tempo disponível, eles acabaram por abandonar esses problemas inicialmente propostos.

Como citado anteriormente, inicialmente alguns estudantes ficaram um pouco confusos com a execução do trabalho prático, pois não estavam habituados com a ideia de escolher o tema do seu projeto. Como destaca Silva (2013), a elaboração de modelos matemáticos sempre foi vista como difícil e de complicado entendimento. À medida que os estudantes foram orientados pelos docentes, tornaram-se mais tranquilos e puderam escolher ou criar os seus problemas, ou a partir do cotidiano das empresas em que trabalhavam, ou então, elaborar os seus próprios problemas, ou ainda, construir os problemas tendo como referência a literatura.

Nessa linha de atuação, Lopes et al. (2015) assinalam que ao encontrar uma maneira de solucionar os problemas, os estudantes sentem-se desafiados e como consequência, tornam-se mais motivados.

A partir da escolha dos problemas, os estudantes fizeram a formulação matemática apropriada da Programação Linear ou Programação Linear Inteira. Conforme Coutinho et al. (2003) o aprendizado da modelagem e formulação dependem da compreensão, experiência e criatividade de cada indivíduo.

Em seguida, os envolvidos escolheram os softwares adequados para encontrar a solução de seus problemas, o que não ocasionou muitas dúvidas, pois a área em que atuam propicia vantagens na manipulação com tais ferramentas. Entretanto, as dificuldades ocorreram na interpretação da solução emitida pelos softwares aplicados, na identificação da solução ótima e do valor da função objetivo, na compreensão do significado das variáveis de folga (*slack*, significa a variável de folga da restrição da inequação <=), de excesso (*surplus*, representa a variável de excesso da restrição da inequação >=), bem como do *dual price* (fornece as informações sobre os recursos, ou seja, as restrições, indicando como quão lucrativo poderia ser o aumento ou a diminuição deles). Com a colaboração dos docentes e entre discentes conseguiram compreender a solução apresentada pelos softwares e também puderam relacionar as representações da solução com os conceitos estudados na disciplina. As aplicações dos referidos softwares permitiram aos estudantes que realizassem várias simulações, contribuindo para o entendimento da teoria apresentada, e por eles estudadas, além de possibilitar fazer comparações entre os programas computacionais.

Considerações finais

A experiência vivenciada por um dos docentes durante vários anos em uma empresa de consultoria em modelos matemáticos favoreceu a criação de ambientes com trabalhos envolvendo projetos de MM em sala de aula. Além da teoria abordada foi possível mostrar aos estudantes as reais dificuldades encontradas no levantamento de dados e na busca das soluções, resultando muitas vezes em simplificações para o tratamento do problema.

O desenvolvimento de um projeto para o usuário final pode esbarrar em diversos entraves, como por exemplo, muitas vezes as informações e dados não são transferidos com clareza, dificultando a construção adequada do modelo para o problema em questão.

Ambientes pedagógicos centrados em temas cotidianos ou profissionais, geralmente do interesse dos estudantes e apoiados pela tecnologia, contribuem favoravelmente para minimizar o sentimento de irrelevância de disciplinas da área de matemática, comum entre os estudantes, já que neles os estudantes podem, via de regra, relacionar conteúdo programático com aplicações do cotidiano do seu mundo do trabalho, atual ou futuro. Além disso, eles podem imergir em conceitos que vão acompanhá-los por toda a sua vida profissional e constatar que essa relação pode auxiliar não apenas na obtenção de resultados para os problemas formulados, mas também em momentos que exigem alguma tomada de decisão. Como destaca Jablonka (2003), trazer para a sala de aula a matemática praticada em ambientes de trabalho é uma das formas de associação entre a matemática fora da escola com conteúdos curriculares e, consequentemente, de se mostrar a utilidade prática da matemática. Essa associação, ao contribuir para que as atividades de ensino sejam mais significativas para os estudantes, além de reduzir a ansiedade matemática, possibilita o relacionamento entre a aprendizagem acadêmica e a profissional, valorizando a diversidade da cultura (matemática) presente nos locais de trabalho.

Embora alguns estudantes tenham ficados confusos com a tarefa proposta, após a definição do problema, conseguiram realizá-los com dedicação e empenho, possivelmente porque o tema era de seus próprios interesses e não definido previamente pelos docentes. Além dos conhecimentos adquiridos referentes aos conteúdos da disciplina, a aplicação das ferramentas disponíveis no EXCEL e/ou LINGO foram importantes para a realização de várias simulações tornando-os mais críticos com as informações recebidas.

Para Colin (2007), os assuntos tratados pela disciplina Pesquisa Operacional podem ser usados em diferentes áreas, tais como em finanças ou nas engenharias, porém quase sempre o estudante da área administrativa ou exata, demonstra dificuldades na compreensão desses conteúdos. Ao apresentar aplicações reais da área e ao mesmo tempo exigir que os estudantes vivenciem isso em seus projetos, fortalece a necessidade do uso desses conteúdos, servindo como motivação para esse aprendizado. O que parece bastante oportuno, pois quase sempre os estudantes reclamam de que, nas aulas ministradas de forma tradicional, não são perceptíveis relações entre o que aprendem e suas realidades profissionais.

Referências

BARBOSA, J. C. Mathematical Modelling in classroom: a critical and discursive perspective. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto Editora, 2002.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional**: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2007.

COUTINHO, H, J. S; KERN, V. M.; WICHROWSKI, H, C. Estratégia para inicialização na modelagem de problemas de programação linear. **Anais do Cobenge**, 2003.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus Editora, 1996.

GIORDANO, F., WEIR, M., FOX, W., HORTON, S. **A First Course in Mathematical Modeling**. M. D. Brooks Cole, 2008.

JABLONKA, E. **Mathematical Literacy**. In: Second International Handbook of Mathematics Education**.** Dordrecht, NL: Kluber Academic Publishers, 2003.

KOESTLER, A. **O homem e o universo.** São Paulo: Editora IBRASA, 1989.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões**. 3ª ed. Rio de Janeiro: Campus, 2007.

LOPES, L. S.; ALVES, G. L. P.; FERREIRA, A. L. A. A simetria nas aulas de Matemática: uma proposta investigativa. **Educação & Realidade**, v. 40, n. 2, p. 549-572, 2015.

MURTY, G. K. **Operations Research:** Deterministic Optimization Models. Prentice Hall, Englewood Cliffss, New Jersey, 1995.

SILVA, K. **Modelagem matemática com programação linear:** uma proposta de trabalho no ensino médio. Dissertação de Mestrado. 104 fls. 2013. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista, 2013.

SILVA, S. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. Modelagem matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, p. 421-446, 2016.

TAUBE-NETTO, M. **Modelagem Matemática**: o contido e o residual. Disponível em: <http://www.comciencia.br/reportagens/modelagem/mod12.htm >. Acesso em: 13 mar. 2016.